

Chapitre 6: Propriétés électriques des solutions macromoléculaires "Effet DONNAN"

Équilibre de DONNAN: c'est un équilibre permanent lié à la présence de macromolécule d'un côté de la Mb dialysante. Donc il y'a absence de l'électroneutralité de part et d'autre de la Mb.

L'équilibre apparent: c'est un état d'équilibre final, provient des mouvements bien dirigés des ions qui diffusent selon leur concentration en excès de part et d'autre de la Mb dialysante. L'origine des mouvements des ions est la présence d'une macromolécule chargée, non diffusible d'une part de la Mb dialysante.

Caractéristiques de l'équilibre apparent:

- L'électroneutralité de chaque solution est bien réalisée de part et d'autre de la Mb.
- La non égalité des concentrations de chaque ion diffusible en raison de la présence de la macromolécule chargée.
- La pression osmotique devient supérieure à ce que donnerait l'application brute des formules classiques.

Potentiel de Membrane: apparaît entre deux solutions séparées par une Mb lorsque cette dernière n'est pas perméable à tous les ions. les \neq Mb naturelles ou artificielles diffèrent par la raison de l'imperméabilité.

Imperméabilité due à l'empêchement stérique: pour les raisons qu'il y'a des espèces ioniques chargées plus grosses que le ϕ des pores de la Mb.

Imperméabilité due à l'empêchement chimique: pour les raisons que la Mb est en contact avec une solution électrolytique contenant des cations et des anions, il se produit des attractions et des répulsions d'ions suivant leur charge: Ce sont les Mb échangeuses d'ions.

Potentiel de DONNAN:

Cas général:

$$\text{à l'équilibre: } \mu_i^I + \gamma_i^F \Psi_I + \pi_I \bar{V}_i = \mu_i^II + \gamma_i^F \Psi_{II} + \pi_{II} \bar{V}_i$$

En premier lieu: On détermine la valeur de la **pression osmotique**.

Dans le cas des solvants:

$$\begin{aligned} \gamma = 0 \Rightarrow \gamma^F \Psi = 0 &\Rightarrow \mu_{SI} + \pi_I \bar{V}_{SI} = \mu_{SII} + \pi_{II} \bar{V}_{SII} \\ \bar{V}_{SI} = \bar{V}_{SII} = \bar{V}_s &\Rightarrow \mu_{SI} + \pi_I \bar{V}_s = \mu_{SII} + \pi_{II} \bar{V}_s \\ \Rightarrow \pi_I \bar{V}_s - \pi_{II} \bar{V}_s &= \mu_{SII} - \mu_{SI} \Rightarrow (\pi_I - \pi_{II}) \bar{V}_s = \mu_{SII} - \mu_{SI} \\ \Rightarrow (\pi_I - \pi_{II}) \bar{V}_s &= \mu_{SII}^0 - RT \ln a_{SII} - \mu_{SI}^0 + RT \ln a_{SI} \\ \Rightarrow (\pi_I - \pi_{II}) \bar{V}_s &= RT \ln \frac{a_{SII}}{a_{SI}} \Rightarrow \boxed{\frac{\pi_I - \pi_{II}}{\bar{V}_s} = \frac{RT}{\bar{V}_s} \ln \frac{a_{SII}}{a_{SI}}} \end{aligned}$$

Pour le cas des particules chargées \oplus :

$$\begin{aligned} \mu_I^+ + \gamma^+ F \Psi_I^+ + \pi_I^- \bar{V}_I^+ &= \mu_{II}^+ + \gamma^+ F \Psi_{II}^+ + \pi_{II}^- \bar{V}_{II}^+ \\ \bar{V}_I^+ = \bar{V}_{II}^+ = \bar{V}^+ &\Rightarrow \mu_I^+ + \gamma^+ F \Psi_I^+ + \pi_I^- \bar{V}^+ = \mu_{II}^+ + \gamma^+ F \Psi_{II}^+ + \pi_{II}^- \bar{V}^+ \\ \pi_I^- \bar{V}^+ - \pi_{II}^- \bar{V}^+ &= \mu_{II}^+ - \mu_I^+ + \gamma^+ F (\Psi_{II}^+ - \Psi_I^+) \\ \Rightarrow (\pi_I^- - \pi_{II}^-) \bar{V}^+ &= \mu_{II}^+ - \mu_I^+ + \gamma^+ F (\Psi_{II}^+ - \Psi_I^+) \\ \Rightarrow (\pi_I^- - \pi_{II}^-) \bar{V}^+ &= \mu_{II}^0 + RT \ln a_{II}^+ - \mu_I^0 - RT \ln a_I^+ + \gamma^+ F (\Psi_{II}^+ - \Psi_I^+) \\ \Rightarrow (\pi_I^- - \pi_{II}^-) \bar{V}^+ &= RT \ln \frac{a_{II}^+}{a_I^+} + \gamma^+ F (\Psi_{II}^+ - \Psi_I^+) \\ \Rightarrow \boxed{\frac{\pi_I^- - \pi_{II}^-}{\bar{V}^+} = \frac{RT}{\bar{V}^+} \ln \frac{a_{II}^+}{a_I^+} + \frac{\gamma^+ F}{\bar{V}^+} (\Psi_{II}^+ - \Psi_I^+)} \end{aligned}$$

Pour le cas des particules chargées \ominus :

$$\pi_I^- - \pi_{II}^- = \frac{RT}{\bar{V}^-} \ln \frac{a_{II}^-}{a_I^-} + \frac{\gamma^- F}{\bar{V}^-} (\Psi_I^- - \Psi_{II}^-)$$

En second lieu, on cherche la valeur du potentiel de Mb.

Pour les cations :

$$\Pi_I - \Pi_{II} = \frac{RT}{V^+} \ln \frac{a^{+I}}{a^{+II}} + \frac{z^+F}{V^+} (\Psi_{II} - \Psi_I) \Rightarrow \frac{z^+F}{V^+} (\Psi_{II} - \Psi_I) = (\Pi_I - \Pi_{II}) - \frac{RT}{V^+} \ln \frac{a^{+I}}{a^{+II}}$$

$$\Rightarrow \Psi_{II} - \Psi_I = \frac{V^+}{z^+F} (\Pi_I - \Pi_{II}) - \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} \Rightarrow \Psi_{II} - \Psi_I = \frac{V^+}{z^+F} \frac{RT}{V_s} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}}$$

$$\boxed{\Psi_{II} - \Psi_I = \frac{V^+}{V_s} \cdot \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}}} \quad ①$$

Pour les anions :

$$\boxed{\Psi_{II} - \Psi_I = \frac{V^-}{V_s} \cdot \frac{RT}{z^-F} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}} - \frac{RT}{z^-F} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}}} \quad ②$$

$$① = ②$$

$$\Rightarrow \frac{V^+}{V_s} \cdot \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{RT}{z^+F} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} = \frac{V^-}{V_s} \cdot \frac{RT}{z^-F} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}} - \frac{RT}{z^-F} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}}$$

$$\Rightarrow \frac{V^+}{V_s} \cdot \frac{1}{z^+} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{1}{z^+} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} = \frac{V^-}{V_s} \cdot \frac{1}{z^-} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}} - \frac{1}{z^-} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}}$$

$$\Rightarrow \frac{V^+}{V_s} \cdot \frac{1}{z^+} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{V^-}{V_s} \cdot \frac{1}{z^-} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}} = \frac{1}{z^+} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{1}{z^-} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}}$$

$$\boxed{\frac{1}{V_s} \left(\frac{V^+}{z^+} - \frac{V^-}{z^-} \right) \ln \frac{a^{+II}}{a^{-I}} = \frac{1}{z^+} \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} - \frac{1}{z^-} \ln \frac{a^{-II}}{a^{-I}}}$$

\Rightarrow relation régissant l'équilibre de DONNAN dans le cas général.

Cas particulier :

binnaire homovalent monovalent

$$1z^{+I} = 1z^{+II} = z = 1 \Rightarrow \frac{1}{V_s} \left(V^+ + V^- \right) \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} = \ln \left(\frac{a^{+II}}{a^{+I}} \cdot \frac{\ln a^{-II}}{\ln a^{-I}} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{V^+ + V^-}{V_s} \right) \ln \frac{a^{+II}}{a^{+I}} = \ln \left(\frac{a^{+II}}{a^{+I}} \cdot \frac{\ln a^{-II}}{\ln a^{-I}} \right)}$$

\Rightarrow relation régissant l'équilibre de DONNAN dans le cas particulier.

Cas d'une solution assez diluée: (suffisamment diluée):

$$\alpha_{\text{SI}} = \alpha_{\text{SII}} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{SII}}}{\alpha_{\text{SI}}} = 1 \Rightarrow \ln \frac{\alpha_{\text{SII}}}{\alpha_{\text{SI}}} = \ln 1 = 0$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{\alpha^+_{\text{II}}}{\alpha^+_{\text{I}}} \cdot \frac{\alpha^-_{\text{II}}}{\alpha^-_{\text{I}}} \right) = 0 = \ln 1 \Rightarrow \frac{\alpha^+_{\text{II}}}{\alpha^+_{\text{I}}} \cdot \frac{\alpha^-_{\text{II}}}{\alpha^-_{\text{I}}} = 1 \Rightarrow \alpha^+_{\text{II}} \cdot \alpha^-_{\text{II}} = \alpha^+_{\text{I}} \cdot \alpha^-_{\text{I}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\alpha^+_{\text{II}}}{\alpha^+_{\text{I}}} = \frac{\alpha^-_{\text{II}}}{\alpha^-_{\text{I}}}} \Rightarrow \text{relation régissant l'équilibre de DONNAN dans le cas d'une solution assez diluée}$$

en terme de potentiel:

Pour les cations:

$$\Psi_{\text{I}} - \Psi_{\text{II}} = \frac{RT}{z_f F} \ln \frac{\alpha^+_{\text{II}}}{\alpha^+_{\text{I}}} \quad z > 0$$

Pour les anions:

$$\Psi_{\text{I}} - \Psi_{\text{II}} = \frac{RT}{z_f F} \ln \frac{\alpha^-_{\text{II}}}{\alpha^-_{\text{I}}} \quad z < 0$$

Cas d'une solution très diluée: (voisine de l'idéale)

$$\delta \rightarrow 1 \Rightarrow \alpha = \delta C \Rightarrow \alpha \approx C \Rightarrow \boxed{\frac{C^+_{\text{I}}}{C^+_{\text{II}}} = \frac{C^-_{\text{II}}}{C^-_{\text{I}}}}$$

en terme de potentiel:

Pour les cations:

$$\Psi_{\text{I}} - \Psi_{\text{II}} = \frac{RT}{z_f F} \ln \frac{C^+_{\text{II}}}{C^+_{\text{I}}} \quad z > 0$$

Pour les anions:

$$\Psi_{\text{I}} - \Psi_{\text{II}} = \frac{RT}{z_f F} \ln \frac{C^-_{\text{II}}}{C^-_{\text{I}}} \quad z < 0$$

Influence de macromolécules imperméables:

Pression osmotique (oncotique):

A l'état d'équilibre final, appariition d'une pression osmotique appelée **pression oncotique** due à la présence de la **macromolécule chargée**

et les ions diffusibles.
de part et d'autre de la paroi
diluyante non chargée.

$$\pi = RT(C_{\text{I}} - C_{\text{II}}) = RT(C^+_{\text{I}} + C^-_{\text{I}} + C^+_{\text{II}} - C^-_{\text{II}})$$

* s'exprime $\frac{J}{m^3} = \text{Pa}$ ($R = 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$) ou en atm ($R = 0,082 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$)

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pascal} = 760 \text{ mmHg} = 10^4 \text{ mmH}_2\text{O}$$

760 mm Hg = $10^{-3} \text{ m}^3 \text{ cm H}_2\text{O}$.

Chapitre 08: Phénomènes de Surface.

Surface: surface de séparation des phases condensées: liquide ou solide soit elles avec une phase gazeuse.

Interface: surface de séparation de 02 phases condensées:
liquide-liquide ; solide-solide ; liquide-solide

Tension superficielle: énergie mécanique liée à la cohésion de la matière, existe dans toutes les surfaces liquides

Adsorption: variation de la teneur en un composé donné de la couche superficielle par rapport à son taux dans les couches internes de la solution; on distingue 02 types:

* Adsorption \oplus : teneur en solute de la couche superficielle plus grande que celle des couches internes de la solution

* Adsorption \ominus : ~ ~ ~ ~ ~ plus petite ~ ~ ~ ~ ~

Solute tensioactif: • substance capable de modifier la TS d'un solvant.
• moins soluble.
• Reste à la surface de la solution.
• \downarrow la TS de celle-ci

Règle de DuPaux-Traube: Dans une mère organique, un abaissement déterminé de la TS est obtenu pour des IJ d'autant plus faibles que la chaîne est plus longue.

→ Le corps le plus tensioactif est celui qui possède plus de groupes hydrophobes.

Interprétation:

- Substance très soluble possède des groupements hydrophobes: \uparrow TS
- Les forces d'interaction:

$$S_{TA} < S \leftrightarrow S \quad TS \downarrow$$

$$S_{TA} > S \leftrightarrow S \quad TS \uparrow$$

L'énergie de surface: $dW = K \cdot dS \Rightarrow dW = \sigma \cdot dS$

σ : coefficient de tension superficielle = TS

$$\left. \begin{array}{l} dW = \sigma \cdot dS = \sigma \cdot l \cdot dl \\ dW = F \cdot dl \end{array} \right\} F = \sigma \cdot l \Rightarrow \sigma = \frac{F}{l}$$

σ : Force par unité de longueur = Travail par unité de surf

Dimensions: $\frac{\text{J}}{\text{m}^2}$ en HKSA
 $\frac{\text{Newton}}{\text{m}}$ en $\frac{\text{dynes}}{\text{m}}$
 $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$ en CGS

σ : dépend de:

{ Volume moléculaire
Polarité de la molécule.
Ses aptitudes à former la liaison H
Température.

L'énergie de cohésion:

- L'énergie nécessaire et dépensée pour vaincre les forces de cohésion de la matière.

- L'énergie qu'il faut fournir pour rompre une colonne liquide.

$$W_{cohésion} = 2 \sigma S. \quad \begin{aligned} &\text{énergie de tension interne} \\ &= \text{énergie de cohésion} \end{aligned}$$

σ : coef de tension interne.

Théorème de LAPLACE:

$$d\vec{F} = d\vec{F}_x + d\vec{F}_y = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) dS_x \cdot dS_y = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) dS$$

Si $P - P'$ est la dd pression: $dF = (P - P') dS = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) dS$

$$P - P' = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma$$

$$\boxed{\Delta P = P - P' = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad \text{Loi de LAPLACE}$$

Surpression à l'intérieur d'une goutte sphérique:

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} \quad (\alpha = R_1 = R_2)$$

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\boxed{\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\sigma}{R}} \quad \text{Loi de LAPLACE}$$

P_{int}

$P_{\text{ext}} = P_0$

Surpression à l'intérieur d'une bulle de savon:

$$P_{\text{int}} - P_{\text{paroi}} = \frac{2\sigma}{R}$$

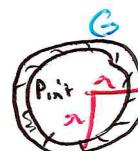
$$P_{\text{paroi}} = P_0$$

$$P_{\text{paroi}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\sigma}{R+dr} \Rightarrow P_{\text{int}} - P_{\text{paroi}} + P_{\text{paroi}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\sigma}{R} + \frac{2\sigma}{R+dr}$$

$$(R \approx R+dr \quad \text{car } dr \ll R)$$

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\sigma}{R} + \frac{2\sigma}{R+dr} = \frac{4\sigma}{R} \quad \text{Loi de LAPLACE.}$$

Déséquilibre entre 2 bulles de savon:



$P_{\text{ext}} = P_0$

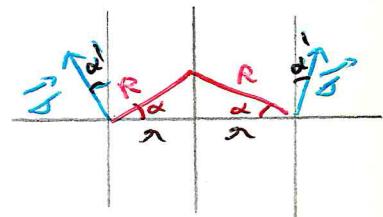
$$R' < R \Rightarrow \frac{1}{R'} > \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{4\sigma}{R'} > \frac{4\sigma}{R} \Rightarrow \Delta P_p > \Delta P_G$$

$$P_{\text{int}_p} - P_{\text{ext}} > P_{\text{int}_G} - P_{\text{ext}} \Rightarrow P_{\text{int}_p} > P_{\text{int}_G}$$

\Rightarrow petite bulle se vide dans la grosse \Rightarrow mouvement de GP \rightarrow PP

Applications:

01. Ces $\alpha = \frac{R}{R}$ $\Rightarrow R = \frac{R}{Ces\alpha}$
Vase penché



2 pressions qui s'opposent:

Hydrostatique tend à faire couler le liquide: $P = \rho gh$.

Surpression: tend à empêcher l'écoulement: $\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$

\Rightarrow l'écoulement n'a lieu si $P_{\text{hydro}} \leq \text{Surpression } \Delta P$

$$\rho gh \leq \frac{2\sigma}{R} \Rightarrow \rho gh \leq \frac{2\sigma \cos\alpha}{r} \Rightarrow$$

$$\boxed{R \leq \frac{2\sigma \cos\alpha}{\rho gr}}$$

Condition nécessaire pour non écoulement

02.

Emboîtement gazeux capillaire

$$\Delta P_n = P_0 - P_n = \frac{2\sigma}{r_n}$$

$$\Delta P_2 = P_0 - P_2 = \frac{2\sigma}{r_2}$$

$$\Delta P = \Delta P_2 - \Delta P_n = P_0 - P_2 - P_0 + P_n = P_n - P_2$$

$$\Delta P = 2\sigma \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_n} \right)$$

Le sang s'écoule de la gauche vers la droite: $P_1 > P_2$
 $\Rightarrow \frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_n} \Rightarrow r_n > r_2$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{2\sigma}{r_2} \quad (\text{aura une valeur maximale}).$$

Interface entre deux liquides non miscibles:

L'énergie d'interface liquide - liquide $DW = \sigma_{L_1 L_2} \cdot S$

$\sigma_{L_1 L_2}$: coef de tension interfaciale - tension interfaciale

$\sigma_{L_1 L_2} \uparrow \Rightarrow L_1 \text{ et } L_2 \text{ moins miscibles} \Rightarrow \text{interactions moins fortes}$

$\sigma_{L_1 L_2} = 0 \Rightarrow \text{miscibilité parfaite}$

$\sigma_{L_1 L_2} \downarrow \Rightarrow L_1 \text{ et } L_2 \text{ et miscibles} \Rightarrow \text{interactions plus fortes}$

Loi de Jurin :

$$\Delta P = P_0 - P_r = \frac{2\sigma}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{r}{R}$$

$$\Delta P = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

$$P_0 - P_r = fgh \Rightarrow \boxed{\frac{2\sigma \cos \theta}{r} = fgh}$$

σ tangens \oplus

$$\Rightarrow \sigma = \frac{fgh r}{2 \cos \theta}$$

Si $\theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta > 0 \Rightarrow R > 0 \Rightarrow \text{liquide s'élève (eau)}$

Si $\theta > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta < 0 \Rightarrow R < 0 \Rightarrow \text{liquide descend (mercure)}$

Energie d'adhésion entre 2 liquides non miscibles:

$$\text{Energie d'interface: } W = \sigma_{\frac{L_1}{L_2}} \cdot S \quad (\text{avant séparation})$$

$$\text{après séparation: } W = (\sigma_{L_1} + \sigma_{L_2}) \cdot S$$

$$\text{Energie interfaciale: } W = \sigma_{\frac{L_1}{L_2}} \cdot S = 0$$

$$\Delta W = W^{\ddagger} - W = (\sigma_{L_1} + \sigma_{L_2} - \sigma_{\frac{L_1}{L_2}}) S \quad \text{énergie d'adhésion}$$

$$\sigma'_{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{\Delta W}{S} = \sigma_{L_1} + \sigma_{L_2} - \sigma_{\frac{L_1}{L_2}} : \text{coef d'adhésion}$$

R1: l'énergie de cohésion d'un liquide pur n'est autre que l'énergie d'adhésion de ce liquide sur lui-même:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{L_1} = \sigma_{L_2} = \sigma \\ \sigma_{\frac{L_1}{L_2}} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \sigma'_{\frac{L_1}{L_2}} = \sigma_{L_1} + \sigma_{L_2} + \sigma_{\frac{L_1}{L_2}} = 2\sigma$$

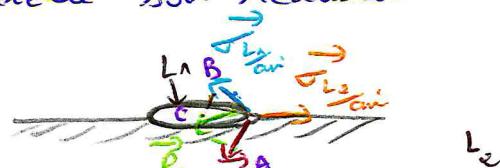
$$\Rightarrow W = \sigma' S \quad \text{énergie de cohésion}$$

Phénomène d'étalement d'un liquide sur l'autre:

L_1, L_2 : 2 liquides non miscibles

Pour que L_1 reste en goutte à la surface de L_2 , il faut que la condition d'équilibre vectorielle soit réalisée:

$$\vec{\sigma}_{\frac{L_1}{\text{air}}} + \vec{\sigma}_{\frac{L_2}{\text{air}}} + \vec{\sigma}_{\frac{L_1}{L_2}} = 0$$



$$|\vec{\sigma}_{\frac{L_2}{\text{air}}}| = |\vec{R}| \quad \text{condition d'équilibre (non étirement)}$$

$$\text{Triangle ABC: } AC < AB + BC \quad |\vec{R}| < |\vec{\sigma}_{\frac{L_1}{\text{air}}}| + |\vec{\sigma}_{\frac{L_1}{L_2}}|$$

$$\text{Condition de non étirement: } |\vec{\sigma}_{\frac{L_2}{\text{air}}}| < |\vec{\sigma}_{\frac{L_1}{\text{air}}}| + |\vec{\sigma}_{\frac{L_1}{L_2}}|$$

à l'inverse, la condition d'étalement s'écrit:

$$\vec{\sigma}_{\frac{L_2}{\text{air}}} > \vec{\sigma}_{\frac{L_1}{\text{air}}} + \vec{\sigma}_{\frac{L_1}{L_2}}$$

en ajoutant la m^e qui annule :

$$\sigma_{\frac{L_1}{air}} + \frac{\sigma_{L_1} - \sigma_{L_1}}{L_2} > \sigma_{\frac{L_1}{air}} + \sigma_{\frac{L_2}{air}} + \frac{\sigma_{L_1} - \sigma_{L_1}}{L_2}$$

$$(\sigma_{\frac{L_1}{air}} + \frac{\sigma_{L_2} - \sigma_{L_1}}{L_2}) S > 2\sigma_{\frac{L_1}{air}} S \Rightarrow \text{condition d'étalement}$$

$\underbrace{W_{\frac{L_1}{L_2}}}_{\text{énergie d'adhésion}}$ énergie de cohésion de L_1

$\underbrace{2\sigma_{\frac{L_1}{air}} S}_{\text{énergie de cohésion de } L_1}$

B. Surface des solides :

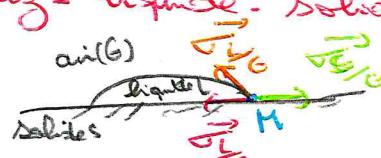
Énergie d'adhésion d'un liquide sur un solide:

$$W_{\frac{L}{S}} = (\sigma_{\frac{L}{G}} + \sigma_{\frac{S}{G}} - \sigma_{\frac{L}{S}}) \cdot S$$

$$\sigma_{\frac{L}{S}}^1 = \sigma_{\frac{L}{G}} + \sigma_{\frac{S}{G}} - \sigma_{\frac{L}{S}} = \frac{W_{\frac{L}{S}}}{S} : \text{coef d'adhésion}$$

Séparation de trois phases: Gaz - liquide - solide.

$$\vec{\sigma}_{\frac{S}{G}} + \vec{\sigma}_{\frac{L}{G}} + \vec{\sigma}_{\frac{L}{S}} = 0$$



Par projection: $\sigma_{\frac{S}{G}} - \sigma_{\frac{L}{S}} - \sigma_{\frac{L}{G}} \cos\alpha = 0$

$$\sigma_{\frac{S}{G}} - \sigma_{\frac{L}{S}} = \sigma_{\frac{L}{G}} \cos\alpha$$

$$W_{\frac{L}{S}} = (\sigma_{\frac{L}{G}} + \underbrace{\sigma_{\frac{S}{G}} + \sigma_{\frac{L}{S}}}_{\text{relatif de Young}}) S \Rightarrow \sigma_{\frac{L}{G}} \cos\alpha = \sigma_{\frac{S}{G}} - \sigma_{\frac{L}{S}}$$

$$\Rightarrow W_{\frac{L}{S}} = \sigma_{\frac{L}{G}} (1 + \cos\alpha) S \quad \text{relatif de Young}$$

(Surface unitaire)

Si $\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos\alpha = -1 \Rightarrow W_{\frac{L}{S}} = 0 \Rightarrow$ mouillage nul.

Si $\alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow W_{\frac{L}{S}} = 2\sigma_{\frac{L}{G}} = W_L \Rightarrow$ mouillage maximum

(parfait) : (énergie de cohésion de liquide = travail d'adhésion)

Si $\alpha < 90^\circ \Rightarrow 0 < \cos\alpha < 1 \Rightarrow \sigma_{\frac{L}{G}} < W_{\frac{L}{S}} < 2\sigma_{\frac{L}{G}} \Rightarrow$ mouillage bon mais non parfait

$$\text{Si } g \leq \alpha < 180^\circ \Rightarrow -1 < \cos \alpha < 0 \Rightarrow 0 < \frac{W_{L_s}}{l} < \frac{\sigma_{L_s}}{l} \Rightarrow$$

mauvement mauvais mais non nul.

L'énergie superficielle d'un solide: travail moyen qu'il faut fournir pour créer de façon reversible et isotherme une unité de surface apparente.

Hoyer, appartenante \Rightarrow dis au fait que la surface d'un solide n'est jamais connue.

Energie d'adhésion d'un liquide sur un solide.

travail fourni pour séparer le liquide L du solide S en faisant apparaître de nouvelles surfaces: $\frac{l}{\text{air}}$ et $\frac{s}{\text{air}}$

Agent mouillant: substance, lorsqu'elle est mise en solution, favorise le mauvement du solide par le liquide mais en solution. agit en formant une couche par adsorption sur le solide.

- Partie formée de groupement hydrophobe $\xrightarrow{\text{constitué}}$ chaîne assez courte \Rightarrow se fixe sur le solide (ou graisse)

- Partie formée de groupement hydrophile $\xrightarrow{\text{plusieurs groupes}}$ se fixe sur le liquide en solution, ce qui rend les corps solides (graissé) mouillable. En général, les agents mouillants sont tensio actifs

Couches monomoléculaires:

Réalisation de façons:

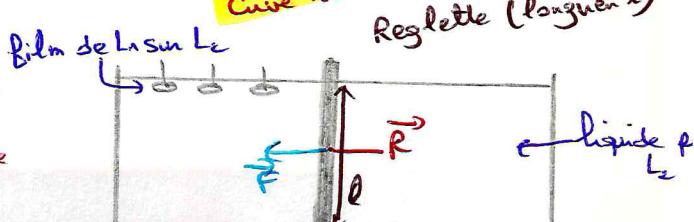
- En utilisant des corps solubles, mais fortement tensio actifs (adsorption) \rightarrow couches d'adsorption.

- En utilisant des corps insolubles, pour lesquels les conditions d'étalement sont réalisées ($W_{L_s} > W_L$) \rightarrow ne s'orientent pas de manière quelconque.

Pression superficielle. \rightarrow de la TS d'un liquide pur L_2 lorsqu'il est recouvert d'un film superficiel mono moléculaire.

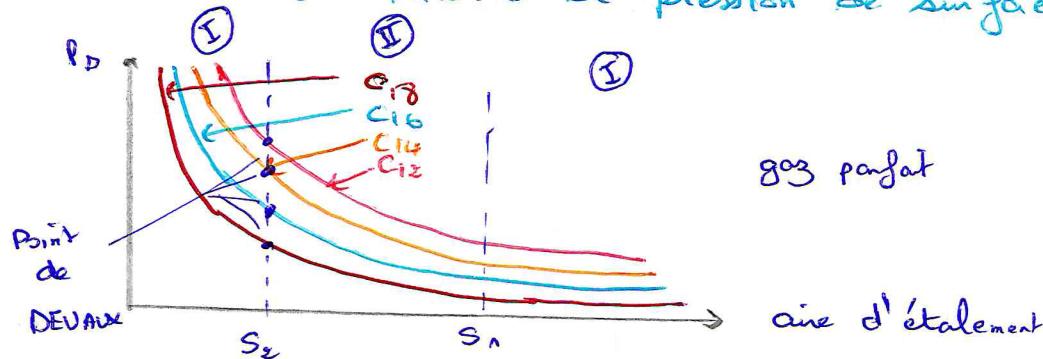
$$F = R = (\sigma_{L_2} - \sigma_{L_2}) l$$

$$P_s = \frac{F}{l} = \frac{R}{l} = \sigma_{L_2} - \sigma_{L_2}$$

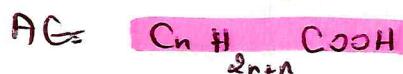


Équation d'état des couches monomoléculaires.

- Résolution des mesures de pression de surface dans les cas des AG



Point de DEVAUX: où la pression = pression de vapeur saturée.



L'aire occupée par chaque molécule: $s = \frac{SM}{mN}$

Le volume élémentaire des molécules $V_e = \frac{M}{PN}$

Le rayon de chaque molécule, $r = \sqrt{\frac{V_e}{\pi}}$

Épaisseur (longueur) d'une molécule: $h = \frac{V_e}{s}$

Longueur moyenne d'une liaison entre 2 atomes de carbone voisins \bar{L}

- Equation d'état: Interprétation de P_D contre P_S :

Zone I: aires $> S_2$ où le film superficiel monomoléculaire est à l'état

gazeux. Les molécules sont indépendantes les unes des autres.

Pour des surfaces très grandes: $P_D \approx 10^{-5} \frac{J}{m^2}$ la loi $P_S = nRT$ est vérifiée.

Le gaz superficiel est dit parfait.

Pour des surfaces plus faibles. Cette loi n'est plus vérifiée de manière gigantesque car il y'a quelques interactions entre les molécules.

Zone III: aires $< S_2$: Toute compression travail contre les forces de répulsion
 $\Rightarrow \uparrow$ de P_D \Rightarrow faible compressibilité (état condensé).

Zone II: point de changement d'état, coexisteraient: phases de surface: gazeuse et condensée. cette dernière se forme jusqu'à la limite (Point de DEVAUX). La pression correspondante: pression de vapeur saturante.

Au point de DEVAUX, seule la phase condensée existe \Rightarrow les molécules sont jointives. L'aire d'étalement au point de D est la même soit l'AG \Rightarrow confirme l'hypothèse de la distribution des chaînes I à la surface de l'eau donc la longueur de l'AG, n'intervient pas dans son encombrement superficiel.

Le surfactant pulmonaire sécrété par certaines cellules de la paroi alvéolaire fait défaut dans le cas suivants :

- Développement embryonnaires avant 36 mois
- Césarienne.
- Enfant né de mère diabétique
- Trouble du métabolisme des lipides.

→ ralentissement circulatoire capillaire.

↓
non réabsorption du liquide alvéolaire.

↓
inactive le surfactant pulmonaire

Consequence :

Défaut de diffusion des gaz.

↓
Détresse respiratoire

↓
Collapsus respiratoire (aplatissement des poumons)

Chapitre 09 : Ecoulement des fluides non visqueux

Etat fluide: (gaz ou liquide): absence de forme propre, prend celle de récipient.

- S'écoule sous l'influence:

- Des forces extérieures dues à la pesanteur.

- Des différences de pression.

- La vitesse de l'écoulement dépend de la nature des fluides.

Fluide parfait (idéal):

- Dépourvu de viscosité \Rightarrow Pas de frottement \Rightarrow pas de perte d'énergie.

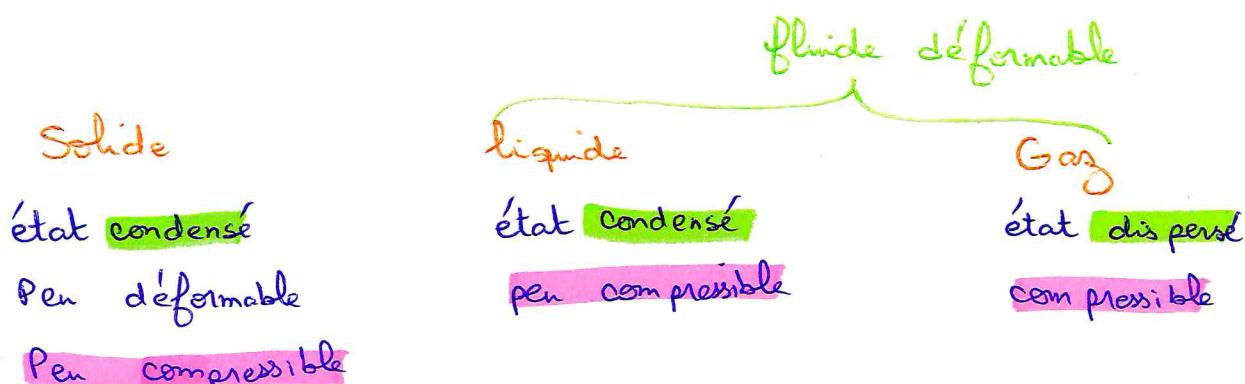
- Pression est normale à tout élément de surface de la paroi

Fluide réel:

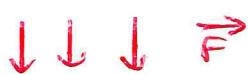
- Il est visqueux \Rightarrow frottement \Rightarrow écoulement + dégagement de chaleur

- Les forces tangentielles se manifestent entre 2 portions voisines de fluide

Un fluide (parfait ou réel) est dit **incompressible** si son volume ne dépend pas de la pression.

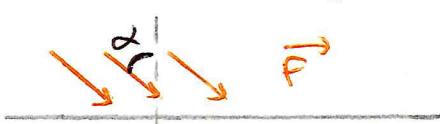


La pression: force exercée normalement sur une surface unitaire.



$$P = \frac{F}{S}$$

D... N



$$P = \frac{F \cos \alpha}{S}$$

Statique des fluides: "situation immobile, motion de pression"

Pression d'un liquide:

- La pression en un point donné est **indépendante** de l'orientation de la capsule sur laquelle s'exerce cette pression
- La diminution Δz est **proportionnelle** à la profondeur H et à P
- La pression augmente avec la **profondeur** et diminue avec l'**altitude**.

$$dP = -\rho g dz \Rightarrow dP + \rho g dz = 0 \Rightarrow P + \rho g z = \text{cte} \quad \text{1ère forme}$$

Loi de Pascal = **2ème fondamental de l'Hydraulique**
(Variation de pression du fluide avec l'altitude)

2ème forme:

Deux points situés au même niveau dans un même liquide en équilibre ont la même pression.

$$P_A = P_B$$

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho g R \\ P_B = P_0 + \rho' g R' \end{cases} \Rightarrow \rho R = \rho' R'$$

Travail de forces de pression:

03 conditions : fluide immobile (stationnaire), incompressible, isotherme.
donc liquide

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B P \cdot S dl = \int_A^B P dV$$

$$P = \text{cte} \Rightarrow W = P(V_B - V_A)$$

$$V = \text{cte} \Rightarrow W = V(P_A - P_B)$$

$$P, V \neq \text{cte} \Rightarrow W = \int P \cdot dV \quad \text{Travail des forces de pression.}$$

$$W = - \int P dV \quad \text{Travail effectué contre les forces de pression}$$

Poussée d'Archimède: Tout corps immergé dans un liquide subit une poussée verticale, dirigée vers le haut égale au poids du liquide déplacé, appelée: Poussée d'Archimède

$$(P - P') V_g = R_v$$

$$V_g = \frac{\pi}{3} \frac{\pi r^2}{\eta} (P - P')$$

$P > P'$ \vec{N} et \vec{g} ont le même sens (vers le bas)
 $P < P'$ " " " ont un sens \neq (vers le haut)

Équation de continuité:

Ecoulement lamininaire: "dynamique des fluides, motion de débit".

Cas d'un fluide incompressible :

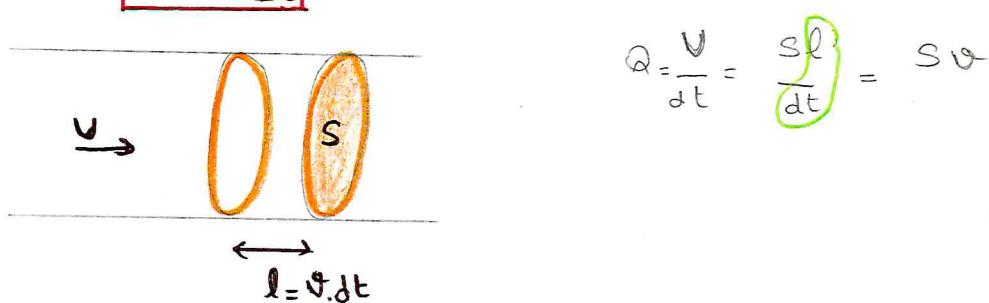
La quantité de liquide qui passe par une extrémité = à la quantité qui sort de l'autre extrémité. **équation de continuité:**

⇒ elle exprime la **conservation du débit**.

Débit: Volume de fluide qui traverse une section S par unité de temps.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

m^3/s



Équation de continuité: $Q_1 = Q_2$

Dans le cas où la totalité du fluide se déplace:

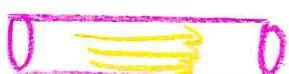
$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

$$V = S \cdot \Delta x = S v \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad Q = S \cdot v$$

et $\Delta V = Q \cdot \Delta t$

Donc: $S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{cte}$

Ecoulement lamininaire: Si les trajectoires des particules du fluide sont // au conduit.



Ecoulement turbulent: si les trajectoires des particules du fluide sont quelconques.



Théorème de Bernoulli:

- Découle du principe de conservation d'énergie :

Travail d'un fluide lors de son déplacement = Δ d'énergie mécanique

• Conditions d'application du théorème de Bernoulli:

* Fluide incompressible ($\rho = \text{cte}$)

* Fluide sans frottement, il est donc visqueux, pas de dissipation d'énergie due au frottement.

* L'écoulement est lamininaire \Rightarrow non turbulent.

* La vitesse de fluide en un point quelconque ne change pas au cours du temps \Rightarrow régime stationnaire.

• Démonstration:

$$\left. \begin{array}{l} S \cdot \nu = \text{cte} \\ \text{l'énergie cinétique} = \text{cte} \\ \text{l'énergie potentielle} = \text{varie} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} F &= (P_a - P_b) S \\ W &= (P_a - P_b) S \cdot \Delta x \\ \Delta U &= S \cdot \Delta x \\ \Rightarrow W &= (P_a - P_b) \Delta U \end{aligned}$$

D'après la loi de conservation d'énergie : $W = \Delta U$.

Calcul de ΔU : (variation de l'énergie potentielle)

$$m = \rho S V$$

énergie potentielle du fluide entrant $\rho g y_a$
 " " " " sortant $\rho g y_b$

$$\Rightarrow \Delta U = \rho g \Delta V (y_b - y_a)$$

$$\Delta U = W \Rightarrow \rho g \Delta V (y_b - y_a) = (P_a - P_b) \Delta V \Rightarrow P_a - P_b = \rho g (y_b - y_a)$$

$$P_a + \rho g y_a = P_b + \rho g y_b \quad \text{avec } \nu = \text{cte}$$

Si la section S change $\Rightarrow \nu$ et donc l'énergie cinétique ($\frac{1}{2} \rho \nu^2$) changeront mais d'un point à un autre.

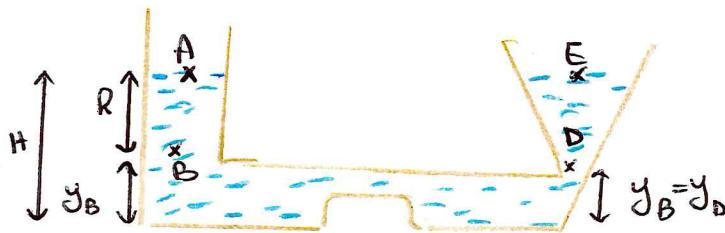
$$P_a + \rho g y_a + \frac{1}{2} \rho \nu_a^2 = P_b + \rho g y_b + \frac{1}{2} \rho \nu_b^2 \quad \text{donc}$$

$$P + \rho g y + \frac{1}{2} \rho \nu^2 = \text{cte}$$

Enoncé du Théorème de Bernoulli

Consequences statiques de la théorie de Bernoulli:

Fluide au repos:



$$\left\{ \begin{array}{l} v = 0 \\ P_A, P_E = \text{pression atmosphérique} \\ P_B, P_D = \text{pressions au points } B, D \\ H = y_B + R \end{array} \right.$$

$$P_{\text{atm}} + \rho g H = P_B + \rho g y_B$$

$$P_B = P_{\text{atm}} + \rho g (H - y_B) = P_{\text{atm}} + \rho g R$$

! Fluidé au repos, pression est P_A m en tout point situé à une m profondeur.

Donc.

Pression à une profondeur R d'un fluide au repos
= pression à la surface augmentée de $\rho g R$

$\rho g R$: densité d'énergie potentielle correspondante à l'altitude de la surface libre.

aussi: Pression due au poids de la colonne du liquide se trouvant au dessus de B

* Loi de Bernoulli entre B et D

$$P_B + \rho g y_B = P_D + \rho g y_D$$

$$y_B = y_D$$

$$\Rightarrow P_B = P_D$$

pour les grandes P pour les faibles P

Manomètre: - tube en U, contenant un liquide (Mercure, eau, huile...)

- Sert à mesurer les pressions des gaz.
- L'une des extrémités est ouverte, l'autre est au contact du gaz.
- Peut servir à mesurer les pressions des liquides (non miscibles)

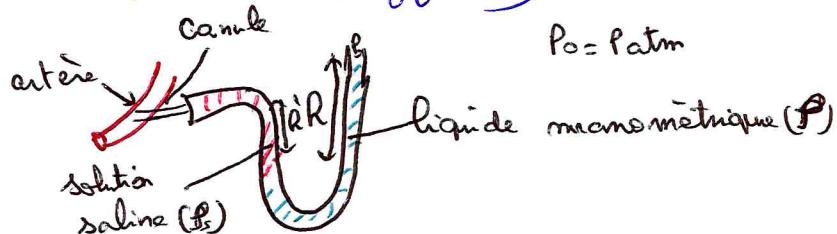
$$P + \rho g y_1 \leftarrow P + \rho g y \rightarrow P_{\text{atm}} + \rho g y_2$$

$$\text{A l'égalité: } P = P_{\text{atm}} + \rho g (y_2 - y_1)$$

$$\text{Pression absolue } \boxed{P = P_{\text{atm}} + \rho g h}$$

Mesure de la tension artérielle par cathétérisation:

- La TA est mesurée par insertion directe d'une canule (catheter)
- C'est un petit tuyau (veine en plastique) contenant: une solution saline + agent anticoagulant
- La solution saline est au contact du liquide manométrique.
- L'interface solution-liquide doit être au même niveau que l'artère. (sinon il faut tenir compte de la différence)

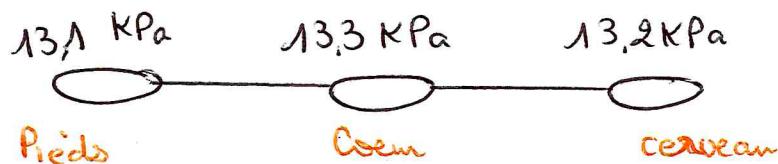


$$P + \rho g y : P_{\text{ sang}} + \rho_s g h' = P_{\text{ atm}} + \rho g h$$

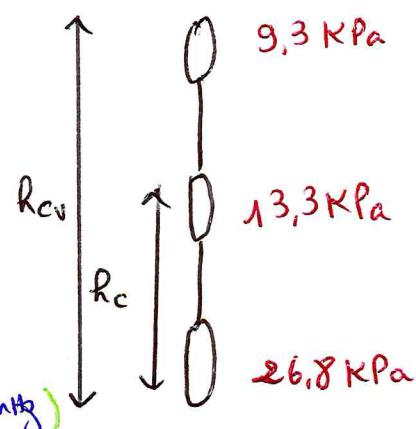
$$\Rightarrow P_{\text{ sang}} = P_{\text{ atm}} + \rho g h - \rho_s g h'$$

Rôle de la gravitation dans la circulation sanguine:

Position couché



Position debout



Les pressions de jauge sont: P_p, P_{cv}, P_c

$$P_p = P_c + \rho g h_c = P_{cv} + \rho g h_{cv}$$

KPa
en Tmm (mmHg)

Effets dus à l'accélération: $g \approx g+a$

$$P_p = P_{cv} + \rho(g+a)h_{cv} = P_c + \rho(g+a)h_c$$

$$P_{cv} = P_c - \rho(g+a)(h_{cv} - h_c)$$

Mesure de la tension artérielle au sphygmomanomètre:

Consequences dynamiques de la théorie de Bernoulli:

$\frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow$ pression dynamique.

Ecoulement horizontal \Rightarrow les termes gravitationnels $\rho g y_A$ et $\rho g y_B$ sont égaux:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \Rightarrow P_0 - P_A = \frac{1}{2} \rho (v_0^2 - v_A^2)$$

$$\text{et comme: } v_B > v_0 \Rightarrow P_0 - P_B > 0 \Rightarrow P_0 > P_B$$

Il y a donc une dépression qui provoque le rapprochement:

$$v \uparrow \Rightarrow P \downarrow$$

* Ecoulement d'un liquide sous l'effet de la pesanteur:

$$P' + \rho g z' + \frac{1}{2} \rho v'^2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2$$

$$\rho g z' = \frac{1}{2} \rho v_0^2$$

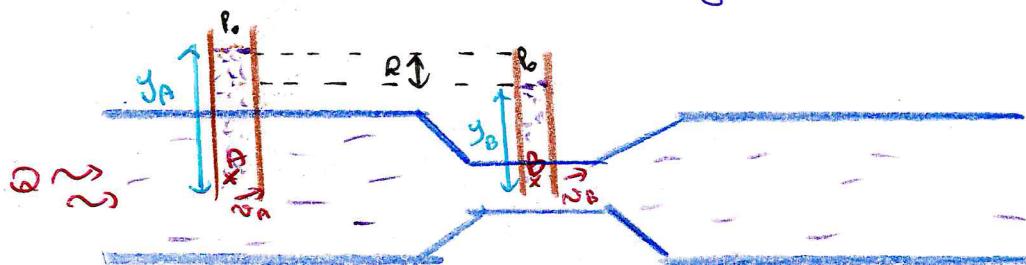
$$\begin{cases} P = P' = P_0 \\ v' = v_0 \end{cases}$$

$$v = \sqrt{\rho g z'}$$

mouvement parabolique .

* Les débit-mètres:

Tube de Venturi: liquide s'écoule le long d'un tube horizontal présentant un étranglement.



$$\Rightarrow S_A v_A = S_B v_B \Rightarrow (S \uparrow \Rightarrow v \downarrow) \text{ et } (v \uparrow \Rightarrow P \downarrow)$$

Théorème de Bernoulli entre A et B:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} \rho v_A^2 \left(\frac{v_B^2}{v_A^2} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow S_A v_A = S_B v_B \Rightarrow v_B = \frac{S_A v_A}{S_B}$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho v_A^2 \left(\frac{S_A^2}{S_B^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \underbrace{\rho v_A^2}_{S_A^2} \left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right) = \boxed{\frac{1}{2} \rho Q^2 \left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right)}$$
①

\Rightarrow D'après théorème de l'hydrostatique:

$$\begin{aligned} P_A &= P_0 + \rho g y_A \\ P_B &= P_0 + \rho g y_B \end{aligned} \quad \boxed{P_A - P_B = \rho g (y_A - y_B) = \rho g R} \quad ②$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \gamma Q^2 \left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right) = \gamma g K$$

$$Q^2 = 2gh \frac{1}{\left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2} \right)} \Rightarrow Q^2 = 2gh \left(\frac{S_A^2 S_B^2}{S_A^2 - S_B^2} \right)$$

$$Q = \sqrt{2gh \left(\frac{S_A^2 S_B^2}{S_A^2 - S_B^2} \right)}$$

Effet de l'orientation de l'ouverture du tube sur la vitesse:

$$P_A + \frac{1}{2} \gamma v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \gamma v_B^2$$

$$v_A = 0 \quad P_A = P_B + \frac{1}{2} \gamma v_B^2 \Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \gamma v_B^2$$

$$v_B = v \quad P_A - P_B = \frac{1}{2} \gamma v^2.$$

TR de l'Hydrostatique:

$$\begin{aligned} P_A &= P_0 + \gamma g y_A \\ P_B &= P_0 + \gamma g y_B \end{aligned} \Rightarrow P_A - P_B = \gamma g (y_A - y_B)$$

$$P_A - P_B = \gamma g h.$$

Tube de Pitot:

$$\left. \begin{aligned} P_A + \frac{1}{2} \gamma v_A^2 \\ P_B + \frac{1}{2} \gamma v_B^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \gamma v^2 \quad (v_A = 0 \text{ et } v_B = v)$$

$$P_C = P_D \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{aligned} P_C &= P_A + \gamma g (x + h) \\ P_D &= P_B + \gamma g x + \gamma mgh \end{aligned} \right.$$

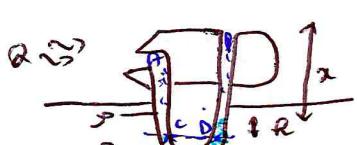
$$P_A + \gamma g (x + h) = P_B + \gamma g x + \gamma mgh$$

$$P_A + \cancel{\gamma g x} + \gamma g h = P_B + \cancel{\gamma g x} + \gamma mgh$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_A - P_B &= (\gamma_m - \gamma) gh \\ \text{or } P_A - P_B &= \frac{1}{2} \gamma v^2 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \gamma v^2 = (\gamma_m - \gamma) gh \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{2(\gamma_m - \gamma) gh}{\gamma}$$



\Rightarrow La lecture du manomètre permet la mesure directe de la vitesse d'écoulement.

Chapitre 10 : Écoulement des fluides visqueux.

Viscosité :

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{\Delta U}{\Delta y}$$

$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ou $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ou Pl

$$\text{Po (poise) } = \frac{1}{10} \text{ Pl}$$

Viscosité relative :

$$\eta_r = \frac{m}{m_{\text{can}}} = 10^3$$

Sans dimensions

Viscosité cinématique : $\frac{m}{g}$ $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

La fluidité : $\frac{1}{\eta}$

R! Pour les gaz : $\eta \downarrow$ quand $T \uparrow$

Pour les liquides, $\eta \downarrow$ quand $T \uparrow$ (agitation thermique dominante).

Loi de Poiseuille. elle donne : débit, viscosité du fluide, chute de pression (perte de charge) et dimensions du tube.

$$\bar{V} = B \frac{\Delta P}{l} R^a \eta^b$$

$\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$ $\frac{\text{m}}{\text{s.m}}$ $\frac{\text{kg}}{\text{s.m}}$

$$\text{m.s}^{-1} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (\text{m})^a \cdot (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1})^b}{\text{m}} \quad b = -1 \text{ et } a = 2$$

$$\bar{V} = B \cdot \frac{\Delta P}{l} \frac{R^2}{\eta}$$

$$B = \frac{1}{8} \text{ et } \bar{V} = \frac{N_{\text{max}}}{2}$$

$$Q = S \cdot \bar{V} = \pi R^2 \bar{V}$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta P R^2}{8 \eta l}$$

$$Q = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot R^4}{8 \eta l}$$

Loi de Poiseuille.

Démonstration de la Loi de Poiseuille:

$$\vec{F} + \vec{F}_P = \vec{0}$$

$$(|\vec{F}| = -\eta \cdot S_{\text{tot}} \cdot \frac{dv}{dx} \text{ et } |\vec{F}_P| = \Delta P \cdot S)$$

avec : $\begin{cases} S_{\text{tot}} = 2\pi r \cdot l \\ \Delta P = P_1 - P_2 \\ S = \pi r^2 \end{cases}$

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_P| \Rightarrow -\eta \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \frac{dv}{dx} = \Delta P / r^2 \Rightarrow dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} r \cdot dx$$

$$\Rightarrow \int dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} \int_r^R r \cdot dx \Rightarrow v(x) = \frac{\Delta P}{4\eta l} (R^2 - x^2)$$

$$v_{\max} = v(x=0) = \frac{\Delta P R^2}{4\eta l} \Rightarrow v(x) = v_{\max} \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)$$

Fonction Parabolique

$$Q = \int v(x) \cdot ds = \int \frac{\Delta P}{4\eta l} (R^2 - x^2) 2\pi r \cdot dx \Rightarrow Q = \frac{\pi \cdot \Delta P \cdot R^4}{8\eta l}$$

$$\text{Vitesse moyenne: } \bar{v} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R^2 \Delta P}{8\eta l} = \frac{v_{\max}}{2}$$

Dissipation de l'énergie mécanique:

$$F = (P_1 - P_2) S = S \cdot \Delta P$$

$$\text{Puissance } P = F \cdot \bar{v} = \Delta P \cdot S \cdot \bar{v} = \Delta P \cdot Q$$

$$P = \Delta P \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \bar{v} \quad (\text{tube cylindrique}): \text{ut sanguine}$$

Ecoulement turbulent:

- Les lois de Poiseuille sont valables que pour : écoulement lamininaire.
- Les règles empiriques qui déterminent la nature de l'écoulement :

Nombre de REYNOLDS (N_R)

$$N_R = \frac{2 \bar{v} R}{\eta} = \frac{\bar{v} R d}{\eta}$$

Le sang

$N_R < 2000$ Lamininaire

$N_R > 3000$ turbulent

$2000 < N_R < 3000$ instable

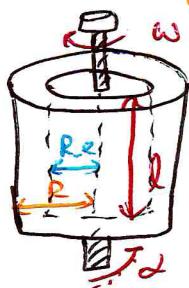
L'eau

$N_R < 1100$ lamininaire

$N_R > 1100$ turbulent

Viscosimètres :

Méthode de cone : (viscosimètre rotatif)



$$\omega = \frac{V}{R}$$

$$; \sum \text{moments} = 0;$$

$$\rightarrow \rightarrow \rightarrow$$

$$M_C + M_F = 0$$

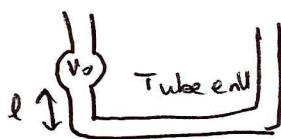
Moment de couple de torsion M_C
Moment de force de viscosité M_F

$$\text{S.t } \alpha \cdot C = I \vec{F} \cdot R \quad \text{avec } \vec{F} = m \cdot s_{\text{lat}} \cdot \left| \frac{dv}{dr} \right| = \eta \cdot 2\pi R l \cdot \frac{V}{e}$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot C = m \cdot 2\pi R l \frac{V}{e} \cdot R \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\alpha C e}{2\pi R^2 l V} = \frac{\alpha C e}{2V \phi} = K \frac{\alpha}{\phi}} \quad \text{avec } K = \frac{e c}{2V}$$

cte de viscosimétrie

Viscosimètre d'OSTWALD:



$$t_0 = \frac{V_0}{Q_0}$$

$$t_0 = V_0 \cdot \frac{8\eta_0 l}{\pi R^2 D P} \quad \text{avec } \Delta P_0 = \frac{P_0 - P_1}{\rho g h}$$

$$t_0 = \frac{8 V_0}{\pi r^4 g} \cdot \frac{\eta_0}{P_0} = K_0 \cdot \frac{\eta_0}{P_0}$$

$$\text{La viscosité cinétique: } \frac{\eta_0}{P_0} = \frac{t_0}{K_0}$$

$$\dots \text{absolue: } \eta_0 = \frac{t_0}{K_0} \cdot P_0.$$

Liquide quelconque:

$$t = \frac{V_0}{Q} = V_0 \cdot \frac{8\eta l}{\pi r^4 f g l} = K \cdot \frac{\eta}{f}$$

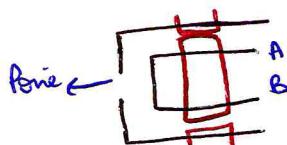
$$\eta = \frac{t}{K} \cdot f$$

$$\eta_2 = \frac{\eta}{\eta_0} = \frac{t}{t_0} \cdot \frac{f}{f_0} = \frac{t}{t_0} \cdot \frac{d}{d_0}$$

$\frac{t}{t_0}$: degré Engler.

Viscosimétrie de HESS:

mesure simple et rapide



$$\eta_{\text{sang}} = \alpha \eta_{\text{eau}}$$

Viscosimétrie de HOPPLER:

$$\frac{t_0}{t} = \frac{Nl}{Nl_s} = \frac{\eta_0}{\eta} \cdot \frac{f_s - f}{f_s - f_0}$$

(f_s et f_0 pour atteindre rapidement le régime permanent).

$$\eta_0 = \frac{t}{t_0} \cdot \frac{f_s - f}{f_s - f_0}$$

L'écoulement du sang dans l'écoulement circulaire:

Sang: constitué de divers éléments (GR, GB, PQ, P...)

- liquide uniforme.

$$\eta = 2.084 \times 10^3 \text{ Pl}, f = 1.0595 \times 10^3 \text{ Reg/m}^3 \quad \text{à } T^\circ \text{ normale.}$$

Résistance à l'écoulement: $R_f = \frac{\Delta P}{Q}$ (cas quelconque).

Laminaire: $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \cdot \Delta P \Rightarrow R_f = \frac{8\eta l}{\pi R^4} \quad \text{Pa.S/m}^3$

$$Q_1 = \frac{\Delta P}{R_{f1}}$$

$$Q = \frac{\Delta P}{R_{fT}} \Rightarrow R_{fT} = \frac{R_{f1}}{N}$$

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots + \Delta P_N$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N$$

$$\Delta P = Q (R_{f1} + R_{f2} + \dots + R_{fN})$$

$$R_{fT_{\text{serie}}} = R_{f1} + R_{f2} + \dots + R_{fN}$$